

Mathe

meistern leicht

gemacht



I. Funktionale Zusammenhänge	8
1. Proportionale Zuordnungen.....	9
2. Funktionen und Terme	12
3. Funktionen und Graphen	12
4. Lineare Funktionen	15
5. Lineare Gleichungssysteme.....	19
6. Umfang und Flächeninhalt von Kreisen	21
II. Stochastik	24
1. Zufallsexperimente	25
2. Wahrscheinlichkeit und Laplace-Experimente	27
III. Funktionale Zusammenhänge: Elementare, gebrochen- rationale Funktionen	30
1. Bruchgleichungen.....	31
2. Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	34
IV. Strahlensatz und Ähnlichkeit.....	36
1. Zentrische Streckung.....	37
2. Strahlensatz	40
3. Ähnlichkeit.....	43

5. Lineare Gleichungssysteme

Liegen zwei Gleichungen mit den gleichen Variablen vor, so spricht man von einem linearen Gleichungssystem.

Um ein Gleichungssystem zu lösen gibt es zwei Verfahren

Beispiel:

$$(I) \quad 3x + 2y = 7$$

$$(II) \quad 5x - 2y = 1$$

1. Einsetzungsverfahren:

$$(II) \quad 5x - 2y = 1$$

$$5x = 2y + 1$$

$$x = \frac{2}{5}y + \frac{1}{5} \quad (II)'$$

$$x \text{ in (I)} \quad 3\left(\frac{2}{5}y + \frac{1}{5}\right) + 2y = 7$$

$$\frac{6}{5}y + \frac{3}{5} + 2y = 7$$

$$3\frac{1}{5}y + \frac{3}{5} = 7$$

$$\frac{16}{5}y = \frac{32}{5}$$

$$y = 2$$

$$y \text{ in (II)'} \quad x = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = 1$$

2. Additionsverfahren:

$$(I) \quad 3x + 2y = 1$$

$$+ (II) \quad 5x - 2y = 7$$

$$(I)+(II) \quad 8x = 8$$

$$x = 1$$

$$x \text{ in (I)} \quad 3 + 2y = 7$$

$$2y = 7 - 3$$

$$y = 2$$

(Immer dann anwenden, wenn eine Variable bei der Addition wegfällt!)

Aufgaben

1.

- a) Die Summe des Doppelten der Zahl x und des Dreifachen der Zahl y ist 9; zieht man das Vierfache

der Zahl y vom Dreifachen der Zahl x ab, erhält man den Wert 5. Wie lauten die Zahlen?

Hilfe:

$$(I) 2x + 3y = 9$$

$$(II) 3x - 4y = 5$$

- b) Halbiert man die Zahl x , so erhält man y ; multipliziert man x mit y , so erhält man den Wert 50. Wie lauten die Zahlen?
- Bei einer Klassenfahrt werden alle Jungen in 6-Bettzimmern und alle Mädchen in 4-Bettzimmern untergebracht. Es sind insgesamt 82 Schüler dabei und es wurden 17 Zimmer gebucht. Wie viele Jungen- und Mädchenzimmer gibt es?
 - Ein Vater ist im Augenblick viermal so alt wie sein Sohn und wird in 5 Jahren nur noch dreimal so alt sein. Wie alt sind beide zum jetzigen Zeitpunkt?
 - Kevin und Chantal haben sich verabredet. Sie starten beide gleichzeitig in ihren 14km voneinander entfernten Heimatorten. Chantal schafft in jeder Stunde 12km , Kevin 16km . Wie weit von Chantals Heimatort entfernt treffen sie sich?
 - Die Zahl x ist um eins größer als das Vierfache der Zahl y . Die Summe aus einem Viertel der Zahl y und einem Siebtel der Zahl x ist 10. Wie lauten die Zahlen?

5. Lineare Gleichungssysteme

1.

a) (I) $2x + 3y = 9$
(II) $3x - 4y = 5$

$$(I) \quad 3y = 9 - 2x$$
$$y = 3 - \frac{2}{3}x \quad (I)'$$

$$y \text{ in (II) } 3x - 4\left(3 - \frac{2}{3}x\right) = 5$$
$$3x - 12 + \frac{8}{3}x = 5$$
$$\frac{17}{3}x = 17$$
$$x = 3$$

$$x \text{ in (I)'} \quad y = 3 - \frac{2}{3} \cdot 3 = 1$$

b) (I) $\frac{1}{2}x = y$
(II) $x \cdot y = 50$

$$y \text{ aus (I) in (II)}$$
$$x \cdot \frac{1}{2}x = 50$$
$$\frac{1}{2}x^2 = 50$$
$$x^2 = 100$$
$$x = 10$$

$$x \text{ in (I) } y = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$$

2.

x ... Zahl der Jungenzimmer

y ... Zahl der Mädchenzimmer

$$(I)x + y = 17$$

$$(II)6x + 4y = 82$$

$$(I)x = 17 - y$$

x in (II)

$$6 \cdot (17 - y) + 4y = 82$$

$$102 - 6y + 4y = 82$$

$$20 = 2y$$

$$y = 10$$

$$y \text{ in (I) } x = 17 - 10 = 7$$

$$x = 7; y = 10$$

3.

Variablen: Vater x Sohn y

Gleichungssystem:

$$(I)x = 4y$$

$$(II)x + 5 = 3(y + 5)$$

x in (II)

$$4y + 5 = 3y + 15$$

$$y = 10$$

$$y \text{ in (I) } x = 4 \cdot 10 = 40$$

Der Vater ist 40, der Sohn 10 Jahre alt.

4.

Wenn die beiden sich treffen sind sie gleich lange unterwegs.

x ... von Chantal zurückgelegter Weg

y ... von Kevin zurückgelegter Weg

Mit *Geschwindigkeit* $v = \frac{\text{Strecke } s}{\text{Zeit } t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{v}$ erhält man:

$$(I) \frac{y}{16} = \frac{x}{12}$$

$$(II) y = 14 - x$$

y in (I)

$$\frac{14-x}{16} = \frac{x}{12} \quad | \cdot 4$$

$$\frac{14-x}{4} = \frac{x}{3} \quad | \cdot 12$$

$$3 \cdot (14 - x) = 4 \cdot x$$

$$42 - 3 \cdot x = 4 \cdot x$$

$$42 = 7x$$

$$x = 6 \quad \text{in (II)} \quad y = 14 - 6 = 8$$

Die beiden treffen sich 8km von Kevins und 6km von Chantals Heimatort entfernt.

5.

$$(I) x = 4y + 1$$

$$(II) \frac{y}{4} + \frac{x}{7} = 10$$

x in (II), dann Multiplikation mit dem Hauptnenner

$$\frac{y}{4} + \frac{4y+1}{7} = 10 \quad | \cdot 28$$

$$\frac{28}{4}y + \frac{28}{7} \cdot (4y+1) = 280$$

$$7y + 4 \cdot (4y+1) = 280$$

$$7y + 16y + 4 = 280$$

$$23y = 276$$

$$y = 12 \quad \text{in (I)} \quad x = 4 \cdot 12 + 1 = 49$$